

В. Д. Кревчик, А. Б. Грунин, Т. А. Губин

**ВЛИЯНИЕ ОБМЕННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
НА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР И ОПТИЧЕСКИЕ
СВОЙСТВА РЕЗОНАНСНЫХ D_2^- -СОСТОЯНИЙ
В КВАНТОВЫХ ЯМАХ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ¹**

Аннотация. Интерес к квантовым ямам с резонансными состояниями примесных центров связан с перспективой создания новых источников стимулированного излучения на примесных переходах. Особый интерес представляют резонансные D_2^- -состояния, образующиеся в результате обобществления электрона двумя нейтральными донорами. В этом случае появляются новые возможности для управления термами примесных молекулярных состояний, где важную роль начинают играть расстояние между нейтральными донорами и пространственная конфигурация D_2^- -центра в объеме квантовой ямы. Целью данной работы является теоретическое исследование влияния обменного взаимодействия на энергетический спектр D_2^- -центров с резонансными g - и u -состояниями в квантовой яме при наличии внешнего магнитного поля, а также на примесное магнитооптическое поглощение в многоямной квантовой структуре с резонансными D_2^- -состояниями. Сравнение полученных теоретических результатов проведено с экспериментальными данными по зависимости энергии связи D^- -состояния от величины внешнего магнитного поля в квантовой яме GaAs/AlGaAs, легированной мелкими донорами Si. Для решения задачи о связанных состояниях электрона, локализованного на D_2^- -центре с резонансными g - и u -состояниями в параболической квантовой яме во внешнем магнитном поле, использовался метод потенциала нулевого радиуса и приближение эффективной массы. Расчет коэффициента примесного магнитооптического поглощения в многоямной квантовой структуре с резонансными D_2^- -состояниями проведен в дипольном приближении с учетом лоренцева уширения энергетических уровней. Исследована зависимость средней энергии связи резонансного g -состояния D_2^- -центра от величины внешнего магнитного поля с учетом лоренцева уширения энергетических уровней. Проведено сравнение с экспериментальными данными по зависимости энергии связи электрона на D^- -центре от величины внешнего магнитного поля в квантовой яме GaAs/AlGaAs с мелкими донорами Si и продемонстрировано хорошее согласие с теоретическими расчетами. Выдвинуто предположение, что в квантовых ямах GaAs/AlGaAs, легированных мелкими донорами Si, при определенных условиях возможно существование резонансных D_2^- -состояний, образующихся в результате обобществления электрона двумя нейтральными донорами. Обменное взаимодействие между D^0 -центрами может приводить к образованию резонансных D_2^- -состояний в квантовых ямах GaAs/AlGaAs, легирован-

¹ Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашение 14.В37.21.1165 «Особенности эффекта фотонного увлечения электронов в нанотрубке со спиральным дефектом и в двумерной ленте, свернутой в спираль, во внешнем магнитном поле».

ных мелкими донорами Si. В спектрах примесного магнитооптического поглощения в многоямных квантовых структурах обменное взаимодействие проявляется в наличии осцилляций интерференционной природы, амплитуда которых достаточно быстро убывает с ростом среднего расстояния между нейтральными донорами.

Ключевые слова: квантовая яма, обменное взаимодействие, энергетический спектр примесного молекулярного иона, примесные резонансные состояния, магнитное поле, примесное магнитооптическое поглощение, квантоворазмерный эффект Зеемана, осцилляции интерференционной природы.

V. D. Krevchik, A. B. Grunin, T. A. Gubin

INFLUENCE OF EXCHANGE INTERACTION ON THE ENERGY SPECTRUM AND OPTICAL PROPERTIES OF RESONANT D_2^- -STATES IN QUANTUM WELLS OF THE EXTERNAL MAGNETIC FIELD

Abstract. The interest to the impurity centers resonant states in quantum wells is associated with possibility to create new sources of stimulated emission at impurity transitions. The resonant D_2^- -states, which are formed as a result of connection of an electron by two neutral donors, are of particular interest. In this case, there are new possibilities for the control of the impurity molecular states terms, where the distance between the neutral donors and the spatial configuration of the D_2^- -center in the volume of the quantum well begin to play an important role. The aim of this work is to theoretically study the exchange interaction influence on the energy spectrum of the D_2^- -centers with the resonant g- and u-states in the quantum well in the presence of an external magnetic field, as well as on the impurity magneto-optical absorption in quantum multiwell structure with D_2^- -resonant states. The authors compare the obtained theoretical results with experimental data for dependence of the D^- -state binding energy on the external magnetic field in the quantum well GaAs / AlGaAs, doped with shallow donors of Si. To solve the problem of bound states for electron, which is localized on the D_2^- -center with the resonance g-and u-states in a parabolic quantum well in an external magnetic field, it is necessary to use the method of zero-range potential and the effective mass approximation. Calculation of the impurity magneto-optical absorption coefficient in the quantum multiwell structure with resonance D_2^- -states is conducted in the dipole approximation with account of the Lorentzian broadening for energy levels. The researcher investigate the dependence of the average binding energy of the resonant g-state for D_2^- -center on the external magnetic field with account of the Lorentzian broadening for energy levels. The scientists compare experimental data concerning the dependence of the electron binding energy for D_2^- -center on the external magnetic field in the GaAs / AlGaAs quantum well with shallow donors of Si and demonstrate a good agreement with theoretical calculations. It is supposed that the existence of resonant D_2^- -states, formed as a result of connection of electron by two neutral donors is possible under certain conditions in the GaAs / AlGaAs quantum wells, doped with shallow donors of Si. The exchange interaction between the D^0 -centers can lead to the formation of resonant D_2^- -states in the quantum wells of GaAs / AlGaAs, doped with shallow donors of Si. The exchange interaction in the presence of oscillations of the interference nature, amplitude of which rapidly decreases with an increase of

the average distance between neutral donors, is realized in the magneto-optical impurity absorption spectra in quantum multiwell structure.

Key words: quantum well, exchange interaction, energy spectrum of an impurity molecular ion, impurity resonant states, magnetic field, impurity magneto-optical absorption, quantum-dimensional Zeeman effect, scillations of interference nature.

Введение

В работе [1] приведены результаты экспериментальных исследований зависимости энергии связи D^- -центров E_D в многоямных квантовых структурах GaAs/AlGaAs с мелкими донорами Si от величины внешнего магнитного поля B . Выявлен нелинейный характер данной зависимости: $E_D \sim \sqrt{B}$. Ранее [2] нами была предпринята попытка интерпретации полученных в [1] результатов в рамках модели потенциала нулевого радиуса для D^- -центра в квантовой яме (КЯ). Однако, как показали расчеты, зависимость $E_D(B)$ оказалась достаточно близкой к линейной. В настоящей работе выдвинуто и теоретически обосновано предположение о возможном вкладе в нелинейную зависимость $E_D(B)$ обменного взаимодействия между D^0 -центрами с обобществленным электроном, так называемые D_2^- -центры. Последние могут образовываться вследствие роста концентрации нейтральных примесей, когда расстояние между D^0 -центрами становится достаточно малым и электрон обобществляется. При этом энергетический спектр D_2^- -центра расщепляется из-за обменного взаимодействия. Теоретическое исследование энергетической структуры и оптических свойств D_2^- -центров с локализованными g - и u -состояниями в квантовых проволоках при наличии внешнего магнитного поля проводилось в работах [3, 4]. Было показано, что энергия связи g - и u -состояний, а также величина расщепления между термами зависят от пространственной конфигурации молекулярного иона D_2^- в объеме квантовой проволоки. Целью данной работы является теоретическое исследование влияния обменного взаимодействия на энергетический спектр D_2^- -центров с резонансными g - и u -состояниями в КЯ при наличии внешнего магнитного поля, а также на примесное магнитооптическое поглощение в многоямной квантовой структуре (МКС) с резонансными D_2^- -состояниями. Проводится сравнение с экспериментальными данными по зависимости энергии связи D^- -состояния от величины внешнего магнитного поля в квантовой яме GaAs/AlGaAs, легированной мелкими донорами Si.

1. Влияние обменного взаимодействия на резонансное g -состояние D_2^- -центра во внешнем магнитном поле

Рассматривается полупроводниковая КЯ с параболическим потенциалом конфайнмента:

$$V(z) = \frac{m^* \omega_0^2 z^2}{2}, \quad (1)$$

где m^* – эффективная масса электрона; ω_0 – характерная частота удерживающего потенциала КЯ; $-L/2 \leq z \leq L/2$; L – ширина КЯ.

Внешнее магнитное поле направлено вдоль оси размерного квантования КЯ, а ось D_2^- -центра ориентирована перпендикулярно по отношению к направлению магнитного поля. В приближении эффективной массы в симметричной калибровке векторного потенциала $\vec{A} = 1/2 B \rho \vec{e}_\varphi$, где $\vec{B} = (0, 0, B)$ – вектор магнитной индукции, $\vec{e}_\varphi$ – единичный вектор в цилиндрической системе координат, для невозмущенных примесными одноэлектронных состояний в продольном магнитном поле гамильтониан в выбранной модели имеет вид

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + \frac{\omega_B}{2} \hat{M}_z + \frac{m^* \omega_B^2 \rho^2}{8} + -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{m^* \omega_0^2 z^2}{2}, \quad (2)$$

где $\omega_B = |e| \hbar B / m^*$ – циклотронная частота; $|e|$ – абсолютное значение заряда электрона, $\hat{M}_z = -i \hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}$ – оператор проекции момента импульса на ось z .

Собственные значения $E_{n_1, m, n}$ и соответствующие собственные функции $\Psi_{n_1, m, n}(\rho, \varphi, z)$ гамильтониана (2) даются выражениями вида

$$E_{n_1, m, n} = \frac{\hbar \omega_B}{2} (2n_1 + |m| + 1) + \frac{\hbar \omega_B}{2} m + \hbar \omega_0 \left(n + \frac{1}{2} \right); \quad (3)$$

$$\Psi_{n_1, m, n}(\rho, \varphi, z) = \frac{1}{2^{\frac{|m|}{2}} a_B^{|m|+1} \sqrt{2^{n+1} n! \pi^{\frac{3}{2}} a}} \left[\frac{n_1!}{(n_1 + |m|)!} \right]^{1/2} \rho^{|m|} \times \\ \times \exp \left[-\left(\frac{\rho^2}{4a_B^2} + \frac{z^2}{2a^2} \right) \right] L_{n_1}^{|m|} \left(\frac{\rho^2}{2a_B^2} \right) H_n \left(\frac{z}{a} \right) \exp(im\varphi), \quad (4)$$

где $n_1 = 0, 1, 2, \dots$ – радиальное квантовое число, соответствующее уровням Ландау; $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – магнитное квантовое число; $n = 0, 1, 2, \dots$ – осцилляторное квантовое число; $a_B = \sqrt{\hbar / (m^* \omega_B)}$ – магнитная длина; $a = \sqrt{\hbar / (m^* \omega_0)}$ – характерная длина осциллятора; $L_{n_1}^{|m|}(x)$ – полиномы Лагерра; $H_n(y)$ – полиномы Эрмита.

Поскольку удерживающий потенциал КЯ, вообще говоря, должен иметь конечную глубину, то в выбранной нами модели потенциала конфайнмента (1) амплитуда потенциала U_0 является эмпирическим параметром и удовлетворяет соотношению $U_0 = m^* \omega_0^2 L^2 / 8$, причем $U_0 / (\hbar \omega_0) \gg 1$.

Пусть D^0 -центры расположены в точках $\vec{R}_{a1}(\rho_{a1}, \varphi_{a1}, z_{a1})$ и $\vec{R}_{a2}(\rho_{a2}, \varphi_{a2}, z_{a2})$ ($\vec{R}_{ai} = (\rho_{ai}, \varphi_{ai}, z_{ai})$ ($i=1, 2$) – цилиндрические координаты примесных центров). Двухцентровой потенциал моделируется суперпозицией потенциалов нулевого радиуса мощностью $\gamma_i = 2\pi \hbar^2 / (\alpha_i m^*)$ и в цилиндрической системе координат имеет вид

$$V_\delta(\rho, \varphi, z; \rho_{a1}, \varphi_{a1}, z_{a1}, \rho_{a2}, \varphi_{a2}, z_{a2}) = \sum_{i=1}^2 \gamma_i \frac{\delta(\rho - \rho_{ai})}{\rho} \delta(\varphi - \varphi_{ai}) \delta(z - z_{ai}) \left[1 + (\rho - \rho_{ai}) \frac{\partial}{\partial \rho} + (z - z_{ai}) \frac{\partial}{\partial z} \right], \quad (5)$$

где α_i определяется энергией $E_{i2} = -\hbar^2 \alpha_i^2 / (2m^*)$ электронного локализованного состояния на этих же D^0 -центрах в объемном полупроводнике.

В приближении эффективной массы для резонансного D_2^- -состояния волновая функция электрона

$$\Psi_\lambda^{res}(\rho, \varphi, z; \rho_{a1}, \varphi_{a1}, z_{a1}, \rho_{a2}, \varphi_{a2}, z_{a2}) = \Psi_\lambda^{res}(\vec{r}, \vec{R}_{a1}, \vec{R}_{a2})$$

удовлетворяет уравнению Липпмана – Швингера для связанного состояния:

$$\Psi_\lambda^{res}(\vec{r}, \vec{R}_{a1}, \vec{R}_{a2}) = \int d\vec{r}_1 G(\vec{r}, \vec{r}_1; E_{\lambda B2}^{(0)} + i\hbar\Gamma) V_\delta(\vec{r}_1, \vec{R}_{a1}, \vec{R}_{a2}) \Psi_\lambda^{res}(\vec{r}_1, \vec{R}_{a1}, \vec{R}_{a2}), \quad (6)$$

где $G(\vec{r}, \vec{r}_1; E_{\lambda B2}^{(0)} + i\hbar\Gamma)$ – одноэлектронная функция Грина, соответствующая источнику в точке $\vec{r}_1$ и энергии $E_{\lambda B2}^{(0)} = \hbar^2 \lambda^2 / (2m^*)$ ($E_{\lambda B2}^{(0)} > 0$) ($\hbar\Gamma$ – полуширина резонансного уровня) [5]:

$$G(\vec{r}, \vec{r}_1; E_{\lambda B2}^{(0)} + i\hbar\Gamma) = \sum_{n_1, m, n} \frac{\Psi_{n_1, m, n}^*(\vec{r}_1) \Psi_{n_1, m, n}(\vec{r})}{E_{\lambda B2}^{(0)} + i\hbar\Gamma - E_{n_1, m, n}}. \quad (7)$$

Подставляя (5) в (6), получим, что волновая функция электрона $\Psi_\lambda^{res}(\vec{r}, \vec{R}_{a1}, \vec{R}_{a2})$ имеет вид линейной комбинации:

$$\Psi_\lambda^{res}(\vec{r}, \vec{R}_{a1}, \vec{R}_{a2}) = \sum_{i=1}^2 \gamma_i c_i G(\vec{r}, \vec{R}_{ai}; E_{\lambda B2}^{(0)} + i\hbar\Gamma), \quad (8)$$

где

$$c_i = \left(\hat{T}_i \Psi_{\lambda}^{res} \right) \left(\vec{R}_{ai}; \vec{R}_{a1}, \vec{R}_{a2} \right); \quad \hat{T}_i = \lim_{\vec{r} \rightarrow \vec{R}_{ai}} \left[1 + \left(\vec{r} - \vec{R}_{ai} \right) \nabla \right].$$

Применяя последовательно операцию $\hat{T}_i$ ($i=1, 2$) к обеим частям выражения (8), получим систему алгебраических уравнений вида

$$\begin{cases} c_1 = \gamma_1 a_{11} c_1 + \gamma_2 a_{12} c_2, \\ c_2 = \gamma_1 a_{21} c_1 + \gamma_2 a_{22} c_2, \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{здесь } a_{ij} = \left(\hat{T}_i G \right) \left(\vec{R}_{ai}, \vec{R}_{aj}; E_{\lambda B2}^{(0)} + i\hbar\Gamma \right); \quad i, j = 1, 2.$$

Исключая из системы (9) коэффициенты c_i , содержащие неизвестную волновую функцию $\Psi_{\lambda}^{res}(\vec{r}; \vec{R}_{a1}, \vec{R}_{a2})$, получим дисперсионное уравнение для определения средней энергии связи резонансного g -состояния $\bar{E}_{\lambda B2} = \hbar(\omega_B + \omega_0)/2 - \text{Re} E_{\lambda B2}^{(0)}$ и ширины резонансного уровня $\Delta E = 2 \text{Im} E_{\lambda B2}^{(0)}$:

$$\gamma_1 a_{11} + \gamma_2 a_{22} - 1 = \gamma_1 \gamma_2 (a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}). \quad (10)$$

Одноэлектронная функция Грина в (7) с учетом (3) и (4) может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} G(\rho, \varphi, z, \rho_a, \varphi_a, z_a; E_{\lambda B2}^{(0)} + i\hbar\Gamma) = & -\frac{1}{2^3 \pi^{\frac{3}{2}} a_d^3 E_d \sqrt{\beta}} \times \\ & \times \left[\int_0^{+\infty} dt e^{-\left(-\beta \eta_{B2}^2 + \beta a_B^{*-2} + \frac{1}{2} + \frac{i\hbar\Gamma}{E_d} \right) t} \times \left[2^{\frac{1}{2}} \beta a_B^{*-2} (1 - e^{-2t})^{-\frac{1}{2}} \delta^{-1}(t) \times \right. \right. \\ & \times \text{sh}^{-1}(\beta a_B^{*-2} t) \cdot \exp \left[-\frac{(\rho_a^2 + \rho^2) \text{cth}(\beta a_B^{*-2} t)}{4 a_B^2} \right] \times \\ & \times \exp \left[\frac{\rho_a \rho \text{ch} \left[i(\varphi - \varphi_a) - \beta a_B^{*-2} t \right]}{2 a_B^2 \text{sh}[\beta a_B^{*-2} t]} \right] \times \\ & \times \exp \left\{ -\frac{(z_a^2 + z^2) \text{cth}(t)}{2 a^2} \right\} \cdot \exp \left\{ \frac{z_a z}{a^2 \text{sh}(t)} \right\} - t^{-\frac{3}{2}} \cdot \exp \left\{ -\frac{\Delta^2}{2t} \right\} \left. \right] + \sqrt{2\pi} \times \end{aligned}$$

$$\exp \left\{ -\sqrt{2 \left(-\beta \eta_{B2}^2 + \beta a_B^{*-2} + \frac{1}{2} + \frac{i \hbar \Gamma}{E_d} \right) \cdot \Delta} \right\} \times \frac{1}{\Delta}, \quad (11)$$

где

$$\beta = L^* / \left(4 \sqrt{U_0^*} \right); \quad L^* = L / a_d; \quad U_0^* = U_0 / E_d; \quad a_B^* = a_B / a_d;$$

$$\eta_{B2}^2 = E_{\lambda B2}^{(0)} / E_d; \quad \delta(t) = \exp \left\{ -\beta a_B^{*-2} t \right\}; \quad \Delta = \sqrt{\frac{(\rho - \rho_a)^2}{2 a_B^2} + \frac{(z - z_a)^2}{a^2}}.$$

Коэффициенты a_{ij} , входящие в (10), с учетом (11) примут вид

$$\begin{aligned} a_{ij} = & -\frac{1}{2^3 \pi^{\frac{3}{2}} a_d^3 E_d \sqrt{\beta}} \cdot \left[\int_0^{+\infty} dt e^{-\left(-\beta \eta_{B2}^2 + \beta a_B^{*-2} + \frac{1}{2} + \frac{i \hbar \Gamma}{E_d} \right) t} \times \right. \\ & \times \left[2^{\frac{1}{2}} \beta a_B^{*-2} (1 - e^{-2t})^{-\frac{1}{2}} \delta^{-1}(t) \operatorname{sh}^{-1} \left[\beta a_B^{*-2} t \right] \right. \\ & \times \exp \left[-\frac{(\rho_{aj}^2 + \rho_{ai}^2) \operatorname{cth}(\beta a_B^{*-2} t)}{4 a_B^2} \right] \exp \left[\frac{\rho_{aj} \rho_{ai} \operatorname{ch} \left[i(\varphi_{ai} - \varphi_{aj}) - \beta a_B^{*-2} t \right]}{2 a_B^2 \operatorname{sh}[\beta a_B^{*-2} t]} \right] \times \\ & \times \exp \left\{ -\frac{(z_{aj}^2 + z_{ai}^2) \operatorname{cth}(t)}{2 a^2} \right\} \cdot \exp \left\{ \frac{z_{aj} z_{ai}}{a^2 \operatorname{sh}(t)} \right\} - t^{-\frac{3}{2}} \cdot \exp \left\{ -\frac{\Delta_{i,j}^2}{2t} \right\} \left. \right] + \sqrt{2\pi} \times \\ & \times \frac{\exp \left\{ -\sqrt{2 \left(-\beta \eta_{B2}^2 + \beta a_B^{*-2} + \frac{1}{2} + \frac{i \hbar \Gamma}{E_d} \right) \cdot \Delta_{i,j}} \right\}}{\Delta_{i,j}}, \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{ii} = & -\frac{1}{2^3 \pi^{\frac{3}{2}} a_d^3 E_d \sqrt{\beta}} \cdot \left[\int_0^{+\infty} dt e^{-\left(-\beta \eta_{B2}^2 + \beta a_B^{*-2} + \frac{1}{2} + \frac{i \hbar \Gamma}{E_d} \right) t} \times \right. \\ & \times \left[2^{\frac{1}{2}} \beta a_B^{*-2} (1 - e^{-2t})^{-\frac{1}{2}} \delta^{-1}(t) \cdot \operatorname{sh}^{-1}(\beta a_B^{*-2} t) \times \right. \end{aligned}$$

$$\times \exp \left[-\frac{z_{ai}^2 \operatorname{th} \left(\frac{t}{2} \right)}{a^2} \right] - t^{-\frac{3}{2}} \left[-\sqrt{2\pi} \cdot \sqrt{2 \left(-\beta \eta_{B2}^2 + \beta a_B^{*-2} + \frac{1}{2} + \frac{i\hbar\Gamma}{E_d} \right)} \right], \quad (13)$$

$$\text{где } \Delta_{i,j} = \sqrt{(\rho_{ai} - \rho_{aj})^2 / (2a_B^2) + (z_{ai} - z_{aj})^2 / a^2}.$$

В случае, когда $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, уравнение (10) распадается на два уравнения, определяющих симметричное (g -терм) и антисимметричное (u -терм) состояния электрона соответственно:

$$\gamma a_{11} + \gamma a_{12} = 1 \quad (c_1 = c_2); \quad (14)$$

$$\gamma a_{11} - \gamma a_{12} = 1 \quad (c_1 = -c_2). \quad (15)$$

Для поперечного по отношению к направлению магнитного поля расположения оси D_2^- -центра $\vec{R}_{a1} = (0, 0, 0)$ и $\vec{R}_{a2} = (\rho_{a2}, \varphi_{a2}, 0)$ уравнения (14) и (15) с учетом (12) и (13) могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} & -\frac{\sqrt{\hbar\omega_0}}{2\sqrt{\pi}\sqrt{|E_{i2}|}} \left\{ \int_0^\infty dt e^{-\frac{E_{\lambda B2} + i\hbar\Gamma}{\hbar\omega_0} t} \left[\frac{\hbar\omega_B}{\sqrt{2}\hbar\omega_0} (1 - e^{-2t})^{-\frac{1}{2}} \delta^{-1}(t) \operatorname{sh}^{-1} \left(\frac{\hbar\omega_B}{2\hbar\omega_0} t \right) \times \right. \right. \\ & \times \left. \left(1 \pm \exp \left(-\frac{\rho_{a2}^{*2} \operatorname{cth} \left(\hbar\omega_B / (2\hbar\omega_0) \times t \right)}{4a_B^{*2}} \right) \right) \right] - t^{-3/2} \left(1 \pm \exp \left\{ -\frac{\rho_{a2}^{*2}}{4a_B^{*2} t} \right\} \right) \right] \pm 2\sqrt{\pi} \times \\ & \times \left\{ \frac{\exp \left(-\sqrt{(E_{\lambda B2} + i\hbar\Gamma) / (\hbar\omega_0)} \frac{\rho_{a2}}{a_B^*} \right)}{\rho_{a2}^* / a_B^*} \mp \sqrt{(E_{\lambda B2} + i\hbar\Gamma) / (\hbar\omega_0)} \right\} = 1, \quad (16) \end{aligned}$$

где верхние знаки относятся к симметричным (g -терм), а нижние знаки – к антисимметричным (u -терм) состояниям электрона; $\rho_{a2}^* = \rho_{a2} / a_d$; $R_{12} = \rho_{a2}$ – расстояние между D^0 -центрами.

Уравнения (16) соответствуют случаю, когда примесный уровень $E_{\lambda B2}^{(0)}$ расположен между дном потенциала КЯ и уровнем энергии ее основного состояния $E_{0,0,0} = \hbar(\omega_B + \omega_0)/2$. Для перехода к случаю, когда примесный уровень расположен ниже дна КЯ ($E_{\lambda B2}^{(0)} < 0$), необходимо в уравнениях (16) энергию связи D_2^- -центра определить выражением

$$E_{\lambda B2} = E_{\lambda B2}^{(0)} + \hbar(\omega_B + \omega_0)/2,$$

где $E_{\lambda B2}^{(0)}$ в этом случае является действительной величиной.

Для учета дисперсии ширины КЯ в многоямной квантовой структуре (МКС) в выражениях (11)–(13) необходимо произвести замену $\beta = L^*/\left(4\sqrt{U_0^*}\right)$ на $\beta(u) = L^* u / \left(4\sqrt{U_0^*}\right)$, здесь $u = L/\bar{L}$ – дисперсия ширины КЯ, $\bar{L}$ – среднее значение ширины КЯ. В этом случае энергию связи g -состояния (как резонансного, так и локализованного) необходимо усреднить по возможным значениям ширины КЯ:

$$\langle E_{\lambda B2} \rangle_L = \int_{u_{\min}}^{u_{\max}} du P(u) E_{\lambda B2}(u), \quad (17)$$

где $u_{\min}, u_{\max}$ – минимальное и максимальное значения дисперсии u ; $P(u)$ – функция распределения дисперсии ширины КЯ:

$$P(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi} \left(\Phi(u_{\max} - u_0) + \Phi(u_0 - u_{\min}) \right)} e^{-(u-u_0)^2}, \quad (18)$$

где $\Phi(z)$ – интеграл ошибок;

$$u_0 = (u_{\min} + u_{\max})/2;$$

в случае резонансного g -состояния в (17) необходимо выполнить замену $E_{\lambda B2}$ на $\bar{E}_{\lambda B2}$.

На рис. 1 приведены результаты численного анализа дисперсионных уравнений (16) для локализованных и резонансных g -состояний D_2^- -центра как с учетом дисперсии ширин КЯ (см. кривые 1 и 3 соответственно). Так и с учетом уширения энергетических уровней (см. кривые 2 и 4), величина которого $\Delta = 4,8$ мэВ взята из эксперимента [5]. Точками на рис. 1 обозначены результаты эксперимента [1] по исследованию зависимости энергии связи электрона на D^- -центре от величины внешнего магнитного поля в КЯ GaAs/AsGaAs с мелкими донорами Si. Можно видеть, что значение энергии связи примеси Si в селективно легированных МКС GaAs/AsGaAs в большей степени отвечают резонансным D_2^- -состояниям (сравн. кривые 3 и 4 с кривыми 1 и 2). Таким образом, в КЯ GaAs/AsGaAs, легированных мелкими донорами Si, возможно существование резонансных D_2^- -состояний, образующихся в результате обобществления электрона двумя нейтральными донорами, расположенными друг от друга на расстоянии не более 4 нм. На рис. 2 представлена зависимость энергии связи D_2^- -состояния от величины внешнего магнитного поля для различных расстояний между D^0 -центрами R_{12} . Видно, что

с ростом обменного взаимодействия (с уменьшением R_{12}) меняется характер зависимости энергии связи резонансного g -состояния от величины внешнего магнитного поля B (сравн. кривые 1 и 5 на рис. 2): если расстояние между D^0 -центрами R_{12} больше эффективного боровского радиуса a_d , то характер искомой зависимости близок к линейной (см. кривые 4 и 5), что отвечает D^- -состояниям атомного типа, при $R_{12} < a_d$ энергия связи g -состояния $\sim \sqrt{B}$ (см. кривые 1, 2 и 3 на рис. 2).

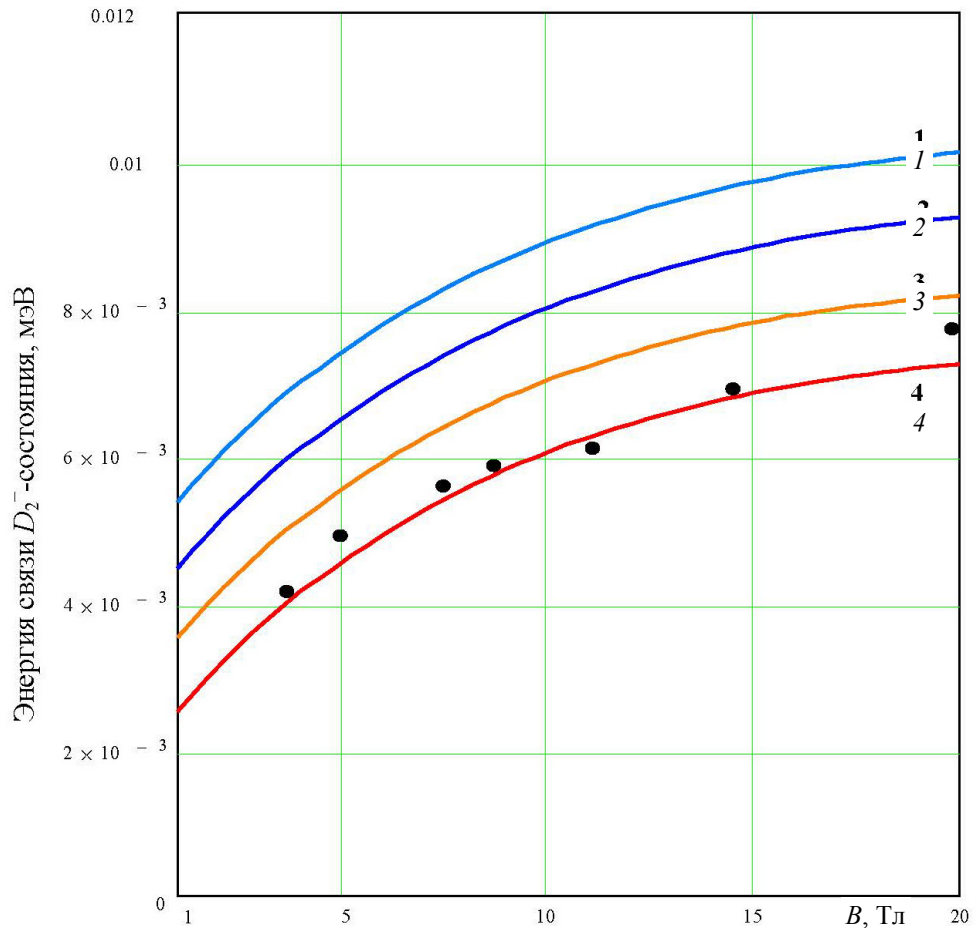


Рис. 1. Зависимость энергии связи D_2^- -состояния от величины магнитной индукции B для случая поперечного расположения оси примесной молекулы по отношению к оси размерного квантования в КЯ GaAs при $|E_i| = 0,4$ мэВ, $L = 10$ нм, $U_0 = 0,2$ эВ, $R_{12} = 4$ нм; кривые: 1 и 3 – локализованные и резонансные примесные состояния с учетом дисперсии ширины КЯ; 2 и 4 – соответствующие состояния с учетом экспериментального значения уширения $\Delta = 4,8$ мэВ. Точками обозначены результаты эксперимента в селективно легированных структурах GaAs / AlGaAs [1]

Волновая функция электрона в резонансном g -состоянии D_2^- -центра в КЯ $\Psi_\lambda(\rho, \varphi, z; \rho_{a1}, \varphi_{a1}, z_{a1}, \rho_{a2}, \varphi_{a2}, z_{a2})$, находящейся в продольном маг-

нитном поле, в цилиндрической системе координат может быть представлена в виде

$$\Psi_{\lambda}(\rho, \varphi, z; \rho_{a1}, \varphi_{a1}, z_{a1}, \rho_{a2}, \varphi_{a2}, z_{a2}) = \gamma c_1 \times \\ \times \left\{ G\left(\rho, \varphi, z; \rho_{a1}, \varphi_{a1}, z_{a1}; E_{\lambda B2}^{(0)}\right) + G\left(\rho, \varphi, z; \rho_{a2}, \varphi_{a2}, z_{a2}; E_{\lambda B2}^{(0)}\right) \right\}. \quad (19)$$

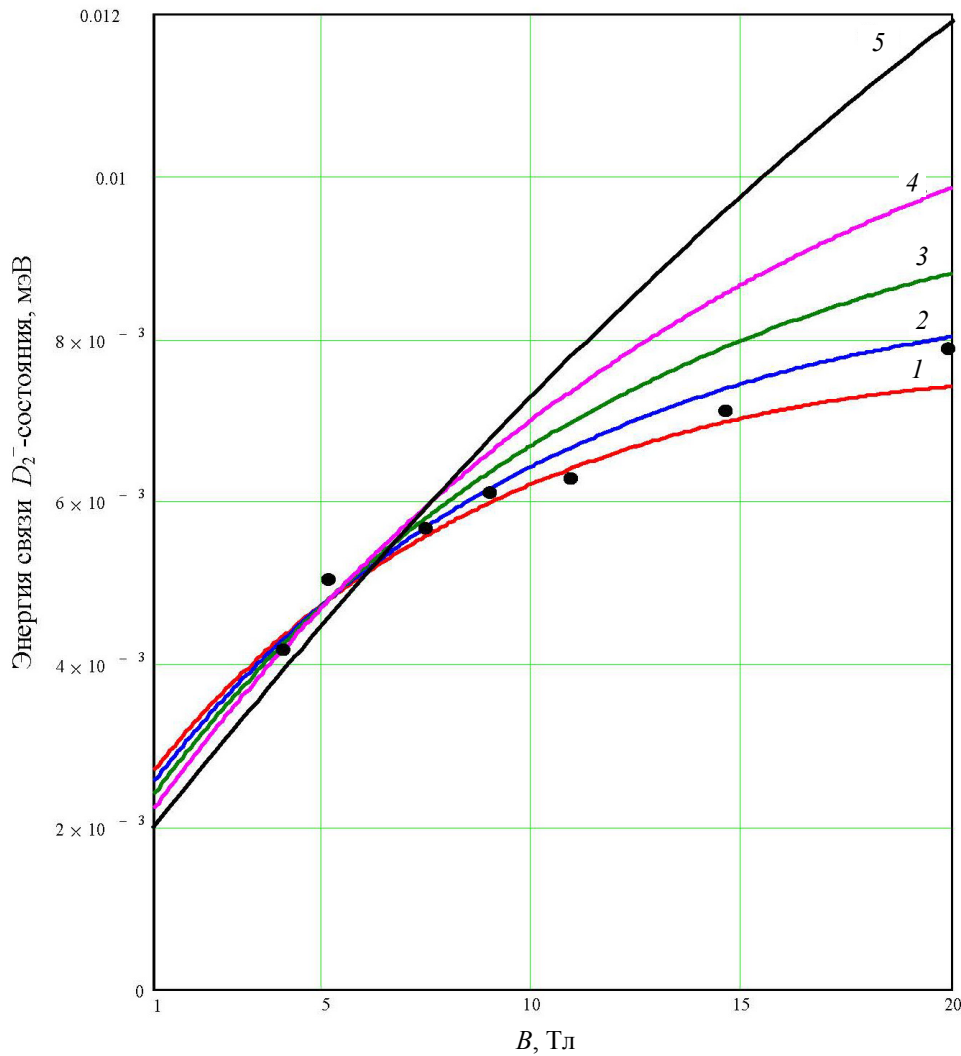


Рис. 2. Зависимость энергии связи резонансного g -состояния D_2^- центра от величины магнитной индукции B в КЯ GaAs при $|E_i| = 0,4$ мэВ, $L = 10$ нм,

$U_0 = 0,2$ эВ для различных расстояний R_{12} между D^0 -центрами;

кривые: 1 – $R_{12} = 4$ нм; 2 – $R_{12} = 8$ нм; 3 – $R_{12} = 12$ нм; 4 – $R_{12} = 16$ нм,

5 – $R_{12} = 20$ нм. Точками обозначены результаты эксперимента в селективно легированных структурах GaAs / AlGaAs [1]

Из условия нормировки волновой функции (19) можно получить уравнение для нормировочного множителя c_1 :

$$\gamma^2 c_1^2 \beta E_d^{-1} \times \left[-\frac{\partial G}{\partial(\beta \eta_{B2}^2)}(\bar{R}_{a1}, \bar{R}_{a1}; \beta \eta_{B2}^2) - \frac{\partial G}{\partial(\beta \eta_{B2}^2)}(\bar{R}_{a2}, \bar{R}_{a2}; \beta \eta_{B2}^2) - \right. \\ \left. - \frac{\partial G}{\partial(\beta \eta_{B2}^2)}(\bar{R}_{a2}, \bar{R}_{a1}; \beta \eta_{B2}^2) - \frac{\partial G}{\partial(\beta \eta_{B2}^2)}(\bar{R}_{a1}, \bar{R}_{a2}; \beta \eta_{B2}^2) \right] = 1. \quad (20)$$

Уравнение (20) с учетом (11) при условии, что $\bar{R}_{a1} = (0, 0, 0)$, примет вид

$$\gamma^2 c_1^2 \frac{\beta^2}{2^2 \pi^{\frac{3}{2}} a_B^2 a E_d^2} \cdot \int_0^{+\infty} dt \cdot t e^{-\left(-\beta \eta_{B2}^2 + \beta a_B^{*-2} + \frac{1}{2}\right)t} \cdot (1 - e^{-2t})^{-\frac{1}{2}} \times \\ \times \delta^{-1}(t) \cdot \text{sh}^{-1}(\beta a_B^{*-2} t) \times \left[1 + \exp\left\{-\frac{z_{a2}^2 \text{th}(t/2)}{a^2}\right\} + \right. \\ \left. + 2 \exp\left[-\frac{\rho_{a2}^2 \text{cth}\left(\beta a_B^{*-2} t\right)}{4 a_B^2}\right] \cdot \exp\left[-\frac{z_{a2}^2 \text{cth}(t)}{2 a^2}\right] \right] = 1. \quad (21)$$

Получим выражение для волновой функции резонансного g -состояния в случае поперечной конфигурации D_2^- -центра в КЯ:

$$\left(\bar{R}_{a1} = (0, 0, 0), \bar{R}_{a2} = (\rho_{a2}, \varphi_{a2}, 0) \right).$$

В этом случае уравнение (21) примет вид

$$\gamma^2 c_1^2 \frac{\beta^2}{2 \pi^{\frac{3}{2}} a_B^2 a E_d^2} \int_0^{+\infty} dt \cdot t \cdot e^{-\left(-\beta \eta_{B2}^2 + \beta a_B^{*-2} + \frac{1}{2}\right)t} \cdot (1 - e^{-2t})^{-\frac{1}{2}} \times \\ \times \delta^{-1}(t) \cdot \text{sh}^{-1}(\beta a_B^{*-2} t) \left\{ 1 + \exp\left[-\frac{\rho_{a2}^2 \text{cth}\left(\beta a_B^{*-2} t\right)}{4 a_B^2}\right] \right\} = 1. \quad (22)$$

При вычислении нормировочного множителя c_1 появляются интегралы вида J'_1 и J'_2 :

$$J'_1 = \int_0^1 dy \cdot \ln\left(\frac{1}{y}\right) y^{-\beta\eta_{B2}^2 + \beta a_B^{*-2} + \frac{1}{2}} \cdot (1-y^2)^{-\frac{1}{2}} \left(1-y^{2\beta a_B^{*-2}}\right)^{-1}; \quad (23)$$

$$J'_2 = \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} dt \cdot t \cdot e^{-\left(-\beta\eta_{B2}^2 + \beta a_B^{*-2} + \frac{1}{2}\right)t} \cdot (1-e^{-2t})^{-\frac{1}{2}} \cdot \delta^{-1}(t) \times \\ \times \operatorname{sh}^{-1}\left(\beta a_B^{*-2} t\right) \times \exp\left[-\frac{\rho_{a2}^2 \operatorname{cth}\left(\beta a_B^{*-2} t\right)}{4a_B^2}\right]. \quad (24)$$

Учитывая, что

$$\left(1-y^{2\beta a_B^{*-2}}\right)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} y^{2k\beta a_B^{*-2}}, \quad (25)$$

интеграл (23) запишется следующим образом:

$$J'_1 = -\frac{\partial}{\partial(\beta\eta_{B2}^2)} \sum_{k=0}^{\infty} \int_0^1 dy \cdot y^{-\beta\eta_{B2}^2 + \beta a_B^{*-2}(2k+1) + \frac{1}{2}} (1-y^2)^{-\frac{1}{2}}. \quad (26)$$

В выражении (26) введем обозначение

$$d = -\beta\eta_{B2}^2 + (2k+1)\beta a_B^{*-2} + 3/2$$

и воспользуемся интегральным представлением бета-функции

$$\int_0^1 x^{\mu-1} (1-x^\lambda)^{\nu-1} dx = \frac{1}{\lambda} B\left(\frac{\mu}{\lambda}, \nu\right), \quad \operatorname{Re} \mu > 0, \operatorname{Re} \nu > 0, \lambda > 0. \quad (27)$$

В результате для J'_1 получим

$$J'_1 = \frac{1}{4} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{d+1}{2}\right)} G_\Psi(d), \quad (28)$$

здесь

$$G_\Psi(d) = \Psi\left(\frac{d+1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{d}{2}\right). \quad (29)$$

В интеграле (24) введем новую переменную $u = \operatorname{th}\left(\beta a_B^{*-2} t\right)$, тогда

$$J_2' = -\frac{1}{\beta a_B^{*-2}} \frac{\partial}{\partial (\beta \eta_{B2}^2)} \times \\ \times \int_0^1 du \cdot u^{-1} (1-u)^{\frac{-\beta \eta_{B2}^2 + \frac{1}{2}}{\beta a_B^{*-2}}} \cdot (1+u)^{\frac{-\beta \eta_{B2}^2 + \frac{1}{2}}{\beta a_B^{*-2}} - 1} \exp \left[-\frac{\rho_{a2}^2}{4 a_B^2 u} \right]. \quad (30)$$

Далее, используя следующие соотношения:

$$\int_0^u x^{\nu-1} (u-x)^{\mu-1} e^{-\frac{\beta}{x}} dx = \\ = \beta^{\frac{\nu-1}{2}} u^{\frac{2\mu+\nu-1}{2}} \exp \left(-\frac{\beta}{2u} \right) \Gamma(\mu) W_{\frac{1-2\mu-\nu}{2}, \frac{\nu}{2}} \left(\frac{\beta}{u} \right), \quad \operatorname{Re} \mu > 0, \operatorname{Re} \beta > 0, u > 0; \quad (31)$$

$$W_{k, \mu}(z) = z^{\mu + \frac{1}{2}} e^{-\frac{z}{2}} G_2 \left(\frac{1}{2} - k + \mu, 2\mu + 1, z \right); \quad (32)$$

$$G_2(\alpha, \gamma, z) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{+\infty} e^{-zt} t^{\alpha-1} (1+t)^{\gamma-\alpha-1} dt, \quad \operatorname{Re} \alpha > 0, \quad (33)$$

для J_2' получим

$$J_2' = -\frac{1}{\beta^2 a_B^{*-4}} \exp \left(-\frac{\rho_{a2}^2}{4 a_B^2} \right) \frac{\partial}{\partial \alpha} \int_0^{+\infty} dt e^{-\frac{\rho_{a2}^2}{4 a_B^2} t} t^{\alpha} (1+t)^{-\alpha-1}. \quad (34)$$

Нахождение производной в выражении (34) приводит к интегралу вида

$$R' = \int_0^{+\infty} dt \cdot e^{-\frac{\rho_{a2}^2}{4 a_B^2} t} t^{\alpha} (1+t)^{-\alpha-1} \ln \left(\frac{t}{1+t} \right), \quad (35)$$

в котором можно принять, что

$$\ln \left(\frac{t}{1+t} \right) \approx -\frac{1}{t}. \quad (36)$$

Учитывая вклад на нижнем и верхнем пределах интегрирования, получим

$$R' = -\Gamma(\alpha) G_2 \left(\alpha, 0, \frac{\rho_{a2}^2}{4 a_B^2} \right). \quad (37)$$

В этом случае выражение (34) примет вид

$$J'_2 = \frac{1}{\beta^2 a_B^{*-4}} \exp\left(-\frac{\rho_{a2}^2}{4a_B^2}\right) \cdot \Gamma\left(\frac{-\beta\eta_{B2}^2 + \frac{1}{2}}{\beta a_B^{*-2}}\right) G_2\left(\frac{-\beta\eta_{B2}^2 + \frac{1}{2}}{\beta a_B^{*-2}}, 0, \frac{\rho_{a2}^2}{4a_B^2}\right). \quad (38)$$

Окончательное выражение для множителя c_1 в (22) запишется следующим образом:

$$c_1 = \left(\frac{\pi^{\frac{3}{2}} a_B^2 a E_d^2}{\gamma^2 \beta^2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left\{ \frac{1}{4} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{d+1}{2}\right)} G_{\Psi}(d) + \frac{1}{\beta^2 a_B^{*-4}} \exp\left[-\frac{\rho_{a2}^2}{4a_B^2}\right] \times \right. \\ \left. \times \Gamma\left(\frac{-\beta\eta_{B2}^2 + \frac{1}{2}}{\beta a_B^{*-2}}\right) \cdot G_2\left(\frac{-\beta\eta_{B2}^2 + \frac{1}{2}}{\beta a_B^{*-2}}, 0, \frac{\rho_{a2}^2}{4a_B^2}\right) \right\}^{-\frac{1}{2}}. \quad (39)$$

Тогда волновая функция электрона в резонансном g -состоянии D_2^- -центра для случая $\vec{R}_{a1} = (0, 0, 0)$, $\vec{R}_{a2} = (\rho_{a2}, \varphi_{a2}, 0)$ запишется в виде

$$\Psi_{\lambda}(\rho, \varphi, z; 0, 0, 0, \rho_{a2}, \varphi_{a2}, 0) \equiv \Psi_{\lambda}(\rho, \varphi, z; 0, \rho_{a2}, \varphi_{a2}, 0) = \\ = -\gamma c_1 \frac{\beta}{2^2 \pi^{\frac{3}{2}} a_B^2 a E_d} \int_0^{+\infty} dt \cdot e^{-\left(-\beta\eta_{B2}^2 + \beta a_B^{*-2} + \frac{1}{2}\right)t} \left(1 - e^{-2t}\right)^{-\frac{1}{2}} \times \\ \times \delta^{-1}(t) \cdot \text{sh}^{-1}\left(\beta a_B^{*-2} t\right) \exp\left[-\frac{\rho^2 \text{cth}\left(\beta a_B^{*-2} t\right)}{4a_B^2}\right] \exp\left\{-\frac{z^2 \text{cth}(t)}{2a^2}\right\} \times \\ \times \left[1 + \exp\left\{-\frac{\rho_{a2}^2 \text{cth}\left(\beta a_B^{*-2} t\right)}{4a_B^2}\right\}\right] \cdot \exp\left[\frac{\rho_{a2} \rho \text{ch}\left[i(\varphi - \varphi_{a2}) - \beta a_B^{*-2} t\right]}{2a_B^2 \text{sh}\left(\beta a_B^{*-2} t\right)}\right] \Bigg]. \quad (40)$$

2. Спектры примесного магнитооптического поглощения в многоямной квантовой структуре с резонансными D_2^- -состояниями

Рассмотрим процесс фотоионизации D_2^- -центра, связанный с оптическим переходом электрона из резонансного g -состояния в гибридно-квантованные состояния КЯ в продольном магнитном поле, для случая поперечной

по отношению к направлению магнитного поля поляризации $\vec{e}_{\lambda t}(\cos \psi, \sin \psi, 0)$, где ψ – полярный угол единичного вектора поляризации $\vec{e}_{\lambda t}$ в цилиндрической системе координат.

Эффективный гамильтониан взаимодействия с полем световой волны $\hat{H}_{\text{int } B}^{(t)}$ в цилиндрической системе координат будет иметь вид

$$\hat{H}_{\text{int } B}^{(t)} = -i \hbar \lambda_0 \sqrt{\frac{2 \pi \hbar^2 \alpha^*}{m^{*2} \omega}} I_0 \cdot \exp(i q_z z) \left(\cos(\psi - \varphi) \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\sin(\psi - \varphi)}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} - \frac{i}{2 a_B^2} \rho \sin(\varphi - \psi) \right), \quad (41)$$

где $\lambda_0 = E_{\text{eff}} / E_0$ – коэффициент локального поля, учитывающий увеличение амплитуды оптического перехода за счет того, что эффективное локальное поле примесного центра E_{eff} превышает среднее макроскопическое поле в кристалле E_0 ; $\alpha^* = |e|^2 / (4 \pi \epsilon_0 \sqrt{\epsilon} \hbar c)$ – постоянная тонкой структуры с учетом диэлектрической проницаемости ϵ ; I_0 – интенсивность света; ω – его частота; $\vec{q} = (0, 0, q_z)$ – волновой вектор фотона.

Матричный элемент $M_{f, \lambda \perp}^{(t)}$ рассматриваемого оптического перехода в дипольном приближении можно записать как

$$M_{f, \lambda \perp}^{(t)} = \left\langle \Psi_{n_1, m, n}^* (\rho, \varphi, z) \left| \hat{H}_{\text{int } B}^{(t)} \right| \Psi_{\lambda} (\rho, \varphi, z; 0, \rho_{a2}, \varphi_{a2}, 0) \right\rangle. \quad (42)$$

При вычислении матричного элемента $M_{f, \lambda \perp}^{(t)}$ появляются интегралы вида

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} d\varphi \exp(-i m \varphi) \left[\cos(\varphi - \psi) \cdot \text{cth} \left(\beta a_B^{*-2} t \right) + i \sin(\varphi - \psi) \right] = \\ & = \pi \left[\text{cth} \left(\beta a_B^{*-2} t \right) \left(e^{-i \psi} \delta_{m, +1} + e^{i \psi} \delta_{m, -1} \right) + e^{-i \psi} \delta_{m, +1} - e^{i \psi} \delta_{m, -1} \right]; \quad (43) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} dz H_n \left(\frac{z}{a} \right) \exp \left[-\frac{z^2}{a^2 (1 - e^{-2t})} \right] = \\ & = a \delta_{n, 2j} (-1)^j 2^{2j} \Gamma \left(j + \frac{1}{2} \right) \left(1 - e^{-2t} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-2jt}. \quad (44) \end{aligned}$$

В процессе вычисления матричного элемента были использованы следующие соотношения:

$$\int_0^{\infty} x^{\mu-\frac{1}{2}} e^{-\alpha x} I_{2\nu}(2\beta\sqrt{x}) dx = \frac{\Gamma\left(\mu+\nu+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma(2\nu+1)} \beta^{-1} e^{\frac{\beta^2}{2\alpha}} \alpha^{-\mu} M_{-\mu,\nu}\left(\frac{\beta^2}{\alpha}\right),$$

$$\operatorname{Re}\left(\mu+\nu+\frac{1}{2}\right) > 0; \quad (45)$$

$$M_{k,\mu}(z) = z^{\mu+\frac{1}{2}} e^{-\frac{z}{2}} F\left(\frac{1}{2}-k+\mu, 2\mu+1, z\right); \quad (46)$$

$$F(a, c, x) = e^x F(c-a, c, -x); \quad (47)$$

$$B(x, y) = \int_0^1 t^{x-1} (1-t)^{y-1} dt, \quad \operatorname{Re} x > 0, \operatorname{Re} y > 0. \quad (48)$$

Окончательное выражение для матричных элементов $M_{f,\lambda\perp}^{(t)}$ рассматриваемых оптических переходов имеет вид

$$\begin{aligned} M_{f,\lambda\perp}^{(t)} = & -2^{-\frac{n}{2}-\frac{1}{4}} \pi^{-\frac{3}{4}} i \lambda_0 \sqrt{\frac{\alpha^* I_0}{\omega}} \gamma_{c1} \beta^{\frac{3}{4}} a_B^{-2} a_d^{\frac{3}{2}} (n!)^{-\frac{1}{2}} \delta_{n,2j} (-1)^j \times \\ & \times 2^{2j+\frac{1}{2}} \Gamma\left(j+\frac{1}{2}\right) \left\{ (n_1+1)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[e^{-i\Psi} \delta_{m,+1} \frac{1}{\left(-\beta \eta_{B2}^2 + \beta a_B^{*-2} (2n_1+1) + \frac{1}{2} + 2j\right)} + \right. \right. \\ & \left. \left. + e^{i\Psi} \delta_{m,-1} \frac{1}{\left(-\beta \eta_{B2}^2 + \beta a_B^{*-2} (2n_1+3) + \frac{1}{2} + 2j\right)} \right] + \left[\frac{n_1!}{(n_1+|m|)!} \right]^{\frac{1}{2}} \times \right. \\ & \times \frac{1}{2\beta a_B^{*-2}} \left(\frac{\sqrt{2} a_B}{\rho_{a2}} \right) \cdot \exp\left(-\frac{\rho_{a2}^2}{4a_B^2}\right) \cdot \sum_{p=0}^{n_1} C_{n_1+|m|}^{n_1-p} \frac{(-1)^p}{p!} \cdot \left[\left(\frac{\rho_{a2}^2}{2a_B^2} \right)^{\frac{|m-1|+1}{2}} \times \right. \\ & \times e^{-i(m-1)\varphi_{a2}} e^{-i\Psi} \times \left(p + \frac{|m|-|m-1|+1}{2} \right)! \cdot \sum_{k=0}^{p+\frac{|m|-|m-1|+1}{2}} C_{p+\frac{|m|+|m-1|+1}{2}}^{p+\frac{|m|-|m-1|+1}{2}-k} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \frac{1}{k!} \left(\frac{\rho_{a2}^2}{2a_B^2} \right)^k B \left(\nu + \frac{m+|m-1|+2k}{2}, p + \frac{|m|-|m-1|+1}{2} - k \right) + e^{-i(m+1)\varphi_{a2}} e^{i\psi} \times \\
 & \times \left(\frac{\rho_{a2}^2}{2a_B^2} \right)^{\frac{|m+1|+1}{2}} \left(p + \frac{|m|-|m+1|+1}{2} \right)! \cdot \sum_{u=0}^{p+\frac{|m|-|m+1|+1}{2}} C_{p+\frac{|m|+|m+1|+1}{2}}^{p+\frac{|m|-|m+1|+1}{2}-u} \times \\
 & \times \frac{1}{u!} \left(\frac{\rho_{a2}^2}{2a_B^2} \right)^u B \left(\nu + \frac{m+|m+1|+2u}{2} + 2, p + \frac{|m|-|m+1|+1}{2} - u \right) - \frac{\rho_{a2}}{\sqrt{2}a_B} e^{-im\varphi_{a2}} \times \\
 & \times \left(\frac{\rho_{a2}^2}{2a_B^2} \right)^{\frac{|m|+1}{2}} \cdot p! \cdot \sum_{\nu=0}^p C_{p+|m|}^{p-\nu} \cdot \frac{1}{\nu!} \cdot \left(\frac{\rho_{a2}^2}{2a_B^2} \right)^\nu \times \left[e^{i(\varphi_{a2}-\psi)} \times \right. \\
 & \times B \left(\nu + \frac{m+|m|+1+2\nu}{2}, p-\nu \right) + e^{-i(\varphi_{a2}-\psi)} \times \\
 & \left. \times B \left(\nu + \frac{m+|m|+3+2\nu}{2}, p-\nu \right) \right] \Bigg\}. \quad (49)
 \end{aligned}$$

где $\nu = \left(-\beta \eta_{B2}^2 + \frac{1}{2} + 2j \right) / \left(2\beta a_B^{*-2} \right)$.

Для оптического перехода с максимальной силой осциллятора $(n_1=0, n=0)$ матричный элемент $M_{f,\lambda\perp}^{(t)}$ согласно (49) примет вид

$$\begin{aligned}
 & M_{f,\lambda\perp}^{(t)} = -2^{\frac{1}{4}} \pi^{-\frac{1}{4}} i \lambda_0 \sqrt{\frac{\alpha^* I_0}{\omega}} \gamma c_1 \beta^{\frac{3}{4}} a_B^{-2} a_d^{\frac{3}{2}} \times \\
 & \times \left[e^{-i\psi} \delta_{m,+1} \frac{1}{\left(-\beta \eta_{B2}^2 + \beta a_B^{*-2} + \frac{1}{2} \right)} + e^{i\psi} \delta_{m,-1} \frac{1}{\left(-\beta \eta_{B2}^2 + 3\beta a_B^{*-2} + \frac{1}{2} \right)} + \right. \\
 & + \frac{1}{2\beta a_B^{*-2}} \cdot \exp \left(-\frac{\rho_{a2}^2}{4a_B^2} \right) \cdot e^{-im\varphi_{a2}} \cdot \left[\Theta(m) (m!)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(m \left(\frac{\rho_{a2}^2}{2a_B^2} \right)^{\frac{m-1}{2}} e^{i(\varphi_{a2}-\psi)} \times \right. \right. \\
 & \left. \left. \times \frac{1}{\left(\nu_0 + m - \frac{1}{2} \right)} - e^{-i(\varphi_{a2}-\psi)} \left(\frac{\rho_{a2}^2}{2a_B^2} \right)^{\frac{m+1}{2}} \frac{1}{\left(\nu_0 + m + \frac{3}{2} \right)} \right] \right] -
 \end{aligned}$$

$$-\Theta(-m-1) (|m|!)^{-\frac{1}{2}} e^{-i(\varphi_{a_2}-\psi)} \left(\frac{\rho_{a_2}^2}{2a_B^2} \right)^{-\frac{m+1}{2}} \left(m + \frac{\rho_{a_2}^2}{2a_B^2} \right) \frac{1}{\left(v_0 + \frac{3}{2} \right)} \left. \right] \right], \quad (50)$$

где $\Theta(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ – единичная функция Хевисайда;

$$v_0 = \left(-\beta \eta_{B2}^2 + \frac{1}{2} \right) / \left(2\beta a_B^{*-2} \right).$$

Вычислим коэффициент примесного магнитооптического поглощения для МКС с учетом лоренцева уширения $\hbar\Gamma$. Магнитное поле направлено вдоль оси размерного квантования КЯ. Считается, что в каждой КЯ находится по одному D_2^- -центру. Рассматривается случай поперечного расположения оси D_2^- -центра по отношению к направлению магнитного поля.

Коэффициент примесного магнитооптического поглощения $K_B^{(t)}(\omega)$ можно представить в виде

$$K_B^{(t)}(\omega) = \frac{2}{\bar{L}_c S \hbar I_0} \sum_m \sum_n \sum_{n_1} \left| M_{f, \lambda \perp}^{(t)} \right|^2 \times \\ \times \frac{\hbar \Gamma}{\left(\hbar \omega_B (2n_1 + |m| + m + 1) / 2 + \hbar \omega_0 \left(n + \frac{1}{2} \right) - E_{\lambda B2}^{(0)} - \hbar \omega \right)^2 + (\hbar \Gamma)^2}, \quad (51)$$

где $\bar{L}_c$ – среднее значение периода структуры; S – площадь КЯ в плоскости, перпендикулярной оси размерного квантования; $\hbar\omega$ – энергия фотона.

На рис. 3 представлена спектральная зависимость $K_B^{(t)}(\omega)$, рассчитанная по формуле (51) для МКС на основе GaAs/AlGaAs для различных средних расстояний между D^0 -центрами. Можно видеть, что для спектральной зависимости $K_B^{(t)}(\omega)$ характерен квантово-размерный эффект Зеемана с осцилляциями интерференционной природы, которые исчезают с ростом среднего расстояния между D^0 -центрами (см. вставку к рис. 3). Необходимо отметить, что из-за наличия вырождения по магнитному и радиальному квантовым числам имеет место совмещение пиков в двух соседних дублетах Зеемана.

Таким образом, обменное взаимодействие между D^0 -центрами может приводить к образованию резонансных D_2^- -состояний в КЯ GaAs/AlGaAs, легированных мелкими донорами Si. Показано, что обменное взаимодействие эффективно проявляется на расстояниях $R_{12} < a_d$, при этом энергия связи резонансного g -состояния зависит от внешнего магнитного поля как $\sim \sqrt{B}$.

Найдено, что в спектрах примесного магнитооптического поглощения в МКС обменное взаимодействие проявляется в наличии осциллирующей интерференционной природы, амплитуда которых быстро убывает с ростом среднего расстояния между нейтральными донорами.

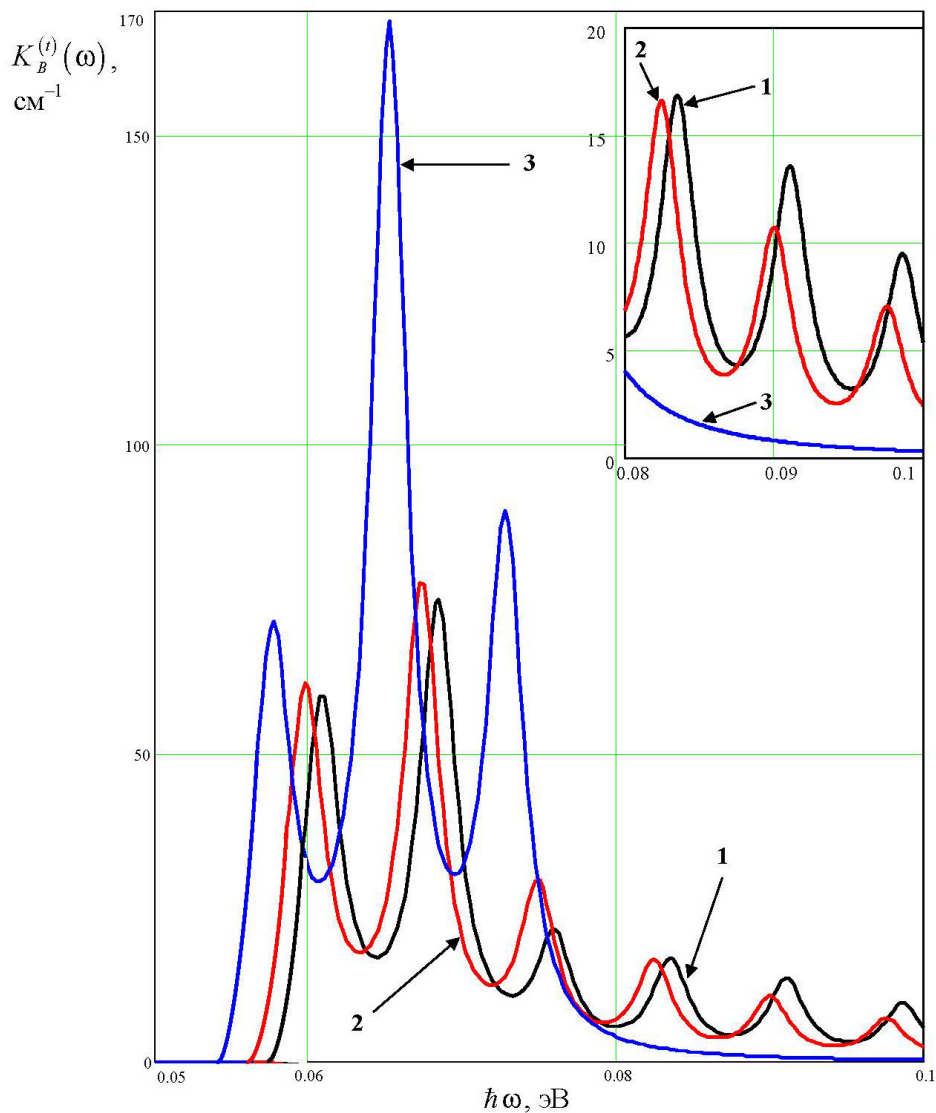


Рис. 3. Спектральная зависимость коэффициента $K_B^{(t)}(\omega)$ примесного магнитооптического поглощения в МКС ($\bar{L}_c = 10$ нм, $S = 1$ см²) с D_2^- -центрами ($|E_i| = 0,4$ мэВ, $L = 10$ нм, $U_0 = 0,2$ эВ) в магнитном поле с индукцией $B = 5$ Тл для различных средних расстояний между D_0 -центрами; кривые: 1 – $R_{12} = 4$ нм; 2 – $R_{12} = 12$ нм; 3 – $R_{12} = 20$ нм

Примечание. На вставке в более мелком масштабе показана правая часть кривых данного рисунка.

Список литературы

1. **Huant, S.** Two-dimensional D^- -Centers / S. Huant and S. P. Najda // *Physical Review Letters*. – 1999. – Vol. 65, № 12. – P. 1486–1489.
2. **Кревчик, В. Д.** Магнитооптика квантовых ям с D^- -центрами / В. Д. Кревчик, А. Б. Грунин // *Физика и техника полупроводников*. – 2006. – Т. 40, № 4. – С. 433–438.
3. **Кревчик, В. Д.** Магнитооптические свойства молекулярного иона D_2^- в квантовой нити // В. Д. Кревчик, А. Б. Грунин, А. А. Марко // *Физика твердого тела*. – 2004. – Т. 46, № 11. – С. 2099–2103.
4. **Жуковский, В. Ч.** Термы молекулярного иона D_2^- в продольном магнитном поле / В. Ч. Жуковский, В. Д. Кревчик, А. А. Марко, М. Б. Семенов, А. Б. Грунин // *Вестник МГУ. Сер. Физика. Астрономия*. – 2004. – № 5. – С. 7–10.
5. **Жуковский, В. Ч.** Изучение управляемости туннелирования в структурах типа «квантовая точка – квантовая яма» или «квантовая молекула» / В. Ч. Жуковский, Ю. И. Дахновский, В. Д. Кревчик, М. Б. Семенов, В. Г. Майоров, Е. И. Кудряшов, К. Yamamoto // *Вестник МГУ. Серия 3: Физика. Астрономия*. – 2006. – № 3. – С. 24–27.

References

1. Huant S., Najda S. P. *Physical Review Letters*. 1999, vol. 65, no. 12, pp. 1486–1489.
2. Krevchik V. D., Grunin A. B. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semiconductor physics and technology]. 2006, vol. 40, no. 4, pp. 433–438.
3. Krevchik V. D., Grunin A. B., Marko A. A. *Fizika tverdogo tela* [Solid body physics]. 2004, vol. 46, no. 11, pp. 2099–2103.
4. Zhukovskiy V. Ch., Krevchik V. D., Marko A. A., Semenov M. B., Grunin A. B. *Vestnik MGU. Ser. Fizika. Astronomiya* [Moscow State University bulletin. Physics. Astronomy]. 2004, no. 5, pp. 7–10.
5. Zhukovskiy V. Ch., Dakhnovskiy Yu. I., Krevchik V. D., Semenov M. B., Mayorov V. G., Kudryashov E. I., Yamamoto K. *Vestnik MGU. Seriya 3: Fizika. Astronomiya* [Moscow State University bulletin. Physics. Astronomy]. 2006, no. 3, pp. 24–27.

Кревчик Владимир Дмитриевич

доктор физико-математических наук,
профессор, декан физико-математического факультета,
Пензенский государственный университет (г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: physics@pnzgu.ru

Krevchik Vladimir Dmitrievich

Doctor of physical and mathematical sciences, professor, dean of the faculty of physics and mathematics, Penza State University (Penza, 40 Krasnaya str.)

Грунин Александр Борисович

доктор физико-математических наук,
профессор, кафедра физики, Пензенский государственный университет (г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: physics@pnzgu.ru

Grunin Aleksandr Borisovich

Doctor of physical and mathematical sciences, professor, sub-department of physics, Penza State University (Penza, 40 Krasnaya str.)

Губин Тихон Алексеевич

аспирант, Пензенский государственный
университет (г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: physics@pnzgu.ru

Gubin Tikhon Alekseevich

Postgraduate student, Penza State
University (Penza, 40 Krasnaya str.)

УДК 535.8; 537.9; 539.33

Кревчик, В. Д.

Влияние обменного взаимодействия на энергетический спектр и оптические свойства резонансных D_2^- -состояний в квантовых ямах во внешнем магнитном поле / В. Д. Кревчик, А. Б. Грунин, Т. А. Губин // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2013. – № 2 (26). – С. 217–238.